



TITLE:

量子力学における観測問題の現状 (修士論文(1991年度))

AUTHOR(S):

小出, 功史

CITATION:

小出, 功史. 量子力学における観測問題の現状(修士論文(1991年度)). 物性研究 1992, 58(4): 418-442

ISSUE DATE:

1992-07-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/94916>

RIGHT:

修士論文 (1991 年度)

量子力学における観測問題の現状

The aspect of the problem of measurement in quantum mechanics

中央大学理工学研究科修士課程物理学専攻

小出 功史 (豊沢研究室)

まえがき

(1992年3月31日受理)

ミクロの世界の自然像を考えると、それまで自分の持っていた古典的な自然像の思いが強く、こうあるべきだと自然にその思いを押しつけてしまい、量子力学の持つ自然像とのギャップに悩まされつづけ、様々なパラドックスを生み出してきた。そういうことの繰り返しの中で、人間は目の前に広がる自然から学んで行くという本来の科学的な方法を忘れ、次第に自己矛盾の路頭へと迷い込んでしまった。

有史以来、人間は常に自然から学び自然観をつくってきた。それまでに、身の回りの自然現象に対しては様々な意見があったが実験という過程を経て、その実験と言う自然によってその誤りを指摘されつづけ、今日の古典的自然像を形成してきた。

この一見当たり前のように思えることでもいざ量子力学の観測問題へ持ち込むとこの科学的な方法をいつの間にか忘れてしまい、それまでの古典的自然像や、個人の持っている様々な思いが入り込みこの問題を複雑なものにしてきたように思われる。

要 旨

量子力学はその多方面への応用における成功にも拘らず、その原理的側面としての観測問題は現在にいたるまで、未解決な部分として残っている。今までに数多くの観測理論が発表されているが、そのどれもがコンセンサスを得られているとは思えない。本論文第二章では、現在までに行われた実験、特に隠れた変数の存在を否定したアスペ達(1982)によるベルの不等式の検証実験について述べ、測定に伴う偶然性は自然が本来持っている本質的偶然性であることを示す。そのため観測過程は個別系でなく統計集団(statistical ensemble)について考察せざるを得ないのである(統計的解釈 statistical interpretation)。

観測理論には、量子力学の一般定理と相入れないものや、量子力学以外の考えを導入するものがあるが、それ以前に量子力学の枠内で測定過程をどこまで記述できるのかを検討することが先決である。本論文第三章では、部分系としての測定対象系・測定装置系・観測者系の密度行列の時間変化を調べることにより、測定が対象系と装置系の相互作用後に終了することを示した最近の理論を紹介する。これに基づいて行ったオリジナルな研究を第四章で述べる。二重スリットによる干渉縞に対する経路観測の影響を、検出器の反応によって分離することの出来る3つの部分集団のそれぞれについて調べ、結果を物理的に考察した。また、ニールスボーアの粒子像と波動像の相補性を定量化して示すことに成功した。最後に、この思考実験は現実の実験で検証可能であることを強調したい。

目 次

第一章、序 論

第二章、個別系の観測理論

- (1) コペンハーゲン解釈
- (2) 隠れた変数の理論
- (3) ベルの不等式と量子力学
- (4) ベルの不等式とアスぺの実験
- (5) まとめ

第三章、アンサンブルの観測理論

- (1) 統計的解釈
- (2) 統計集団における観測の理論
- (3) どこで観測が終了したのか？
— Stern-Gerlachの実験を例として —
- (4) まとめ

第四章、二重スリットによる干渉縞 — 電子はどちらを通ったのか？ —

- (1) 二重スリットの思考実験 420
- (2) 二重スリットにおける経路不完全観測の思考実験 423
- (3) 経路不完全観測の具体的計算 429
- (4) 第一種測定と第二種測定 439
- (5) まとめ 441

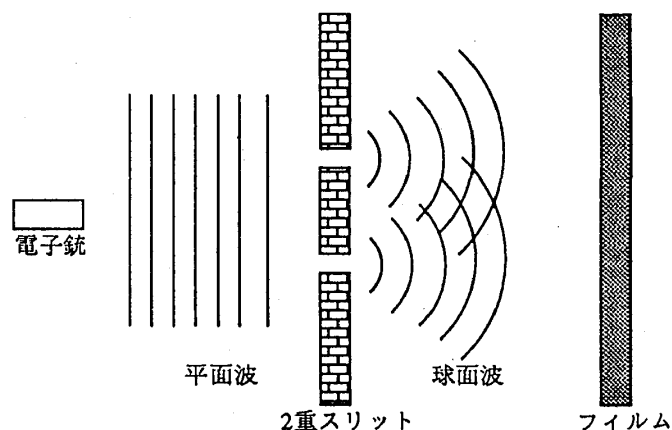
第五章、自然観の変革

以上は、修士論文の全容だが、今回はオリジナル部である第四章「二重スリットによる干渉縞」を抜き出し発表する。

第四章、二重スリットによる干渉縞 —電子はどちらを通ったのか？—

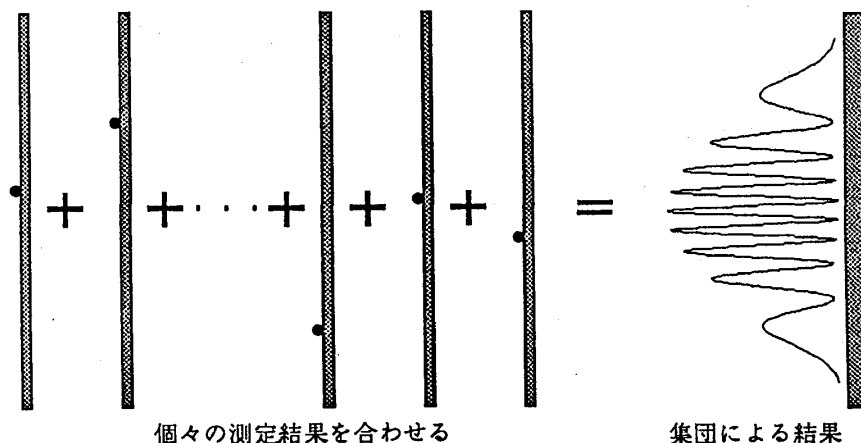
本章では、量子力学の統計的解釈を一層明らかにするために、二重スリット干渉実験における経路不完全観測の思考実験を考える。その際、対象粒子系・検出器系の各部分系、及び、合成系の密度行列の時間変化を追跡するという手法¹⁶⁾を用いて、対象粒子系の集団を検出器の反応に応じて部分集団に分け、その各部分集団がフィルム上にどのような像をつくるのかを調べてみる。また、ニールスボーアの粒子像と波動像の相補性についても考察していく。

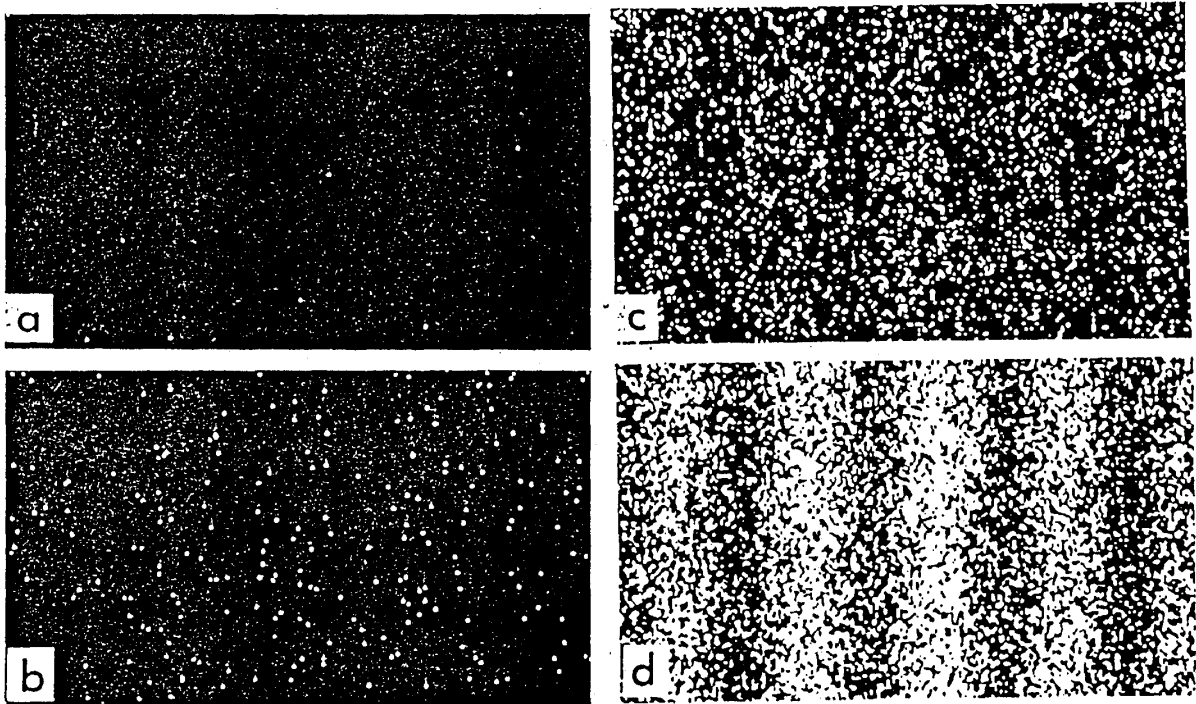
(1) 二重スリットの思考実験



上図のような装置を考える。この装置は主に3つからなる。一つはこの装置内に電子が2つ以上存在しないように電子の平面波を与える電子銃、2つのスリットの入っているスクリーン、電子を検出するフィルム。二重スリットの思考実験とは、この系において電子銃が1個の電子を放出し、スリットを通過したものがフィルムの1点に像をつくる（フィルム上のどの点に像をつくるのかということは量子力学では全く予測できない）。

この動作を多数繰り返し個々の測定結果を合わせると、量子力学的干渉縞が浮かび上がってくる。



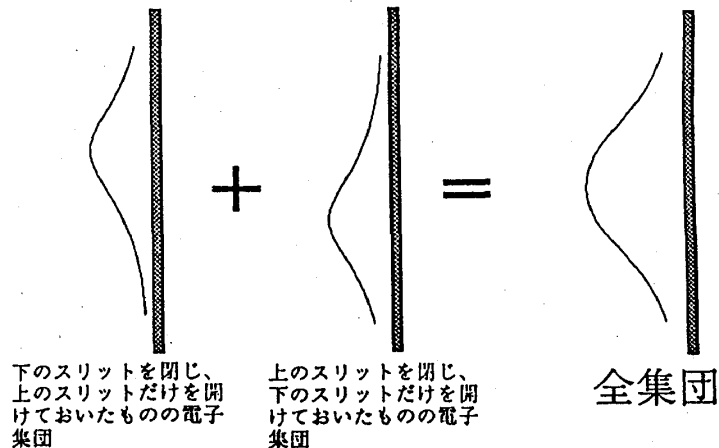


二重スリットによる電子線の干渉実験、電子が検出面に一個ずつ到達し、その結果干渉縞がしだいに形成されていく。（ $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d$ の順）

（日立製作所基礎研究所での実験）

そこで、「量子力学では、個別系でフィルム上のどの点に像をつくるのかを予測できないが、干渉縞をつくる役割りを果たした物質としての個々の電子はどちらのスリットを通ったのか？」という疑問が生じる。

仮に、電子はどちらかのスリットを通っているとした場合、特定の電子が上のスリットを通過したならば、下のスリットは閉じていてもよく、下のスリットを通過したならば、上のスリットは閉じていてもよいので、上だけを開けた場合の実験による像と下だけを開けた場合の実験による像の和が干渉縞になるはずである。ところがその結果は、



となり、上下それぞれのスリットによる回折像の和だけが現れ、干渉縞は全くあらわれないのである。このように、電子は一個の粒子としてどちらかのスリットを通過していると考えたと干渉縞は完全に消えてしまうのである。このことは、粒子の波動性を考えるならばもっともなことではあるが、物質（粒子or波動？）としての電子は2つのスリットのあるスクリーンを左から右に確かに移動したのであるから、個々の電子はスクリーンのスリット部分を何らかの存在形態で通過したのであろう。

「電子の経路を観測しつつ干渉縞を得ることは可能なのか？」

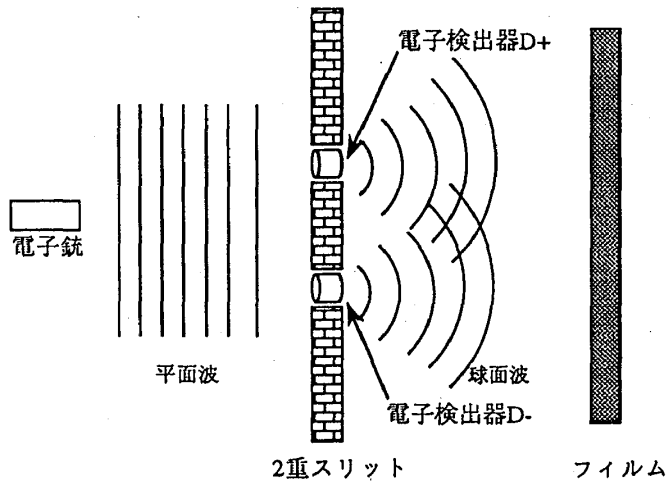
「干渉縞が現れる、現れないは、何が原因なのであろうか？」

「干渉縞がある、ないの途中の干渉縞が崩れている結果はないのであろうか？」

このことを探るために、二重スリットの思考実験における経路不完全観測の問題を次に考える。

(2) 二重スリットにおける経路不完全観測の思考実験

先の疑問の「電子の経路を観測しつつ干渉縞を得ることは可能か？」に答えるために、上下2つのスリットに第一種測定を行う電子通過検出器D₊、及びD₋を置いてみる。



そこで、スリットを通過した直後で検出器に触れる直前の電子の波束を、

$$|\phi\rangle = c_+ |\phi_+\rangle + c_- |\phi_-\rangle \quad \text{但し、} |c_+|^2 + |c_-|^2 = 1 \quad (4-1)$$

とする（この問題では、スリットを通過した電子の集団だけを考える）。ここで $|\phi_+\rangle$ 、 $|\phi_-\rangle$ はそれぞれ上、下のスリットからの球面波である。

検出器D₊、D₋との相互作用によって電子・検出器合成系の状態ベクトル $|\Psi\rangle$ は、

$$|\Psi\rangle = (c_+ |\phi_+\rangle + c_- |\phi_-\rangle) |D_+ D_-\rangle \quad (4-2)$$

↓

$$|\Psi'\rangle = c_+ |\phi_+\rangle |D_+ D_-\rangle + c_- |\phi_-\rangle |D_+ D_-\rangle \quad (4-3)$$

と変化する。ここで $|\Psi'\rangle$ は検出器が反応したことをあらわす。

部分系としての電子系の密度行列 ρ はこの相互作用によって、

$$\rho = \begin{pmatrix} |\phi_+\rangle & |\phi_-\rangle \\ |c_+|^2 & c_+ c_-^* \\ c_+^* c_- & |c_-|^2 \end{pmatrix} \quad \text{純粋状態} \quad (4-4)$$

$$\downarrow$$

$$\rho = \begin{pmatrix} |\phi_+\rangle & |\phi_-\rangle \\ |c_+|^2 & 0 \\ 0 & |c_-|^2 \end{pmatrix} \quad \text{混合状態} \quad (4-5)$$

と、 $|\phi_+\rangle$ と $|\phi_-\rangle$ の間の可干渉性を持つ（干渉縞の現れる）純粋状態から、 $|\phi_+\rangle$ と $|\phi_-\rangle$ の間の可干渉性が完全に消失した（干渉縞の現れない）古典的統計集団である混合状態へと変化していることがわかる。（現実的には検出器DはマクロなのでD、D'は直交する。ここでは電子系の密度行列 ρ を求める際に、その直交性を用いた。）

以上は、スリットを電子が通過すると検出器D+またはD-が必ず反応するとの前提の基での推論であるが、この前提が成り立たない場合はどうであろうか。すなわち、検出器と電子の相互作用をどんどん小さくしていくと、検出器Dが反応しないことがあると考えるのが普通であり、そのような場合には(4-3)式に検出器が反応しないタームがあるはずである。つまり、

$$|\Psi\rangle = (c_+|\phi_+\rangle + c_-|\phi_-\rangle) |D_+D_-\rangle \quad (4-2)$$

$$\downarrow$$

$$|\Psi'\rangle = c_+|\phi_+\rangle \{b' |D_+'D_-\rangle + b |D_+D_-\rangle\} + c_-|\phi_-\rangle \{d' |D_+D_-' \rangle + d |D_+D_-\rangle\} \quad (4-6)$$

$$\text{但し、} |b'|^2 + |b|^2 = 1$$

$$|d'|^2 + |d|^2 = 1$$

$$\text{検出率} + \text{不検出率} = 1$$

という過程を考えてみる。ここで $|b|^2$ 、 $|d|^2$ はそれぞれ上、下の検出器の不検出率を表している。このような相互作用の基での（検出率が1より小さい場合）部分系としての電子系及び、検出器系の密度行列 ρ 、 σ は

$$\rho = \begin{pmatrix} |\phi_+\rangle & |\phi_-\rangle \\ |c_+|^2 & c_+c_-^* \\ c_+^*c_- & |c_-|^2 \end{pmatrix} \quad \text{純粋状態} \quad (4-4)$$

$$\downarrow$$

$$\rho' = \begin{pmatrix} |\phi_+\rangle & |\phi_-\rangle \\ |c_+b'|^2 + |c_+b|^2 & c_+b'c_-^*d^* \\ c_+^*b^*c_-d & |c_-d'|^2 + |c_-d|^2 \end{pmatrix} \quad \text{混合状態} \quad (4-7)$$

$$\sigma = |D_+ D_- \rangle \langle D_+ D_-| \quad \text{純粋状態} \quad (4-8)$$

↓

$$\sigma' = \begin{pmatrix} |D_+ D_- \rangle \langle D_+ D_-| & |D_+ D_- \rangle \langle D_+ D_+| & |D_+ D_- \rangle \langle D_+ D_-| \\ |c_+ b_+|^2 & 0 & c_+ b_+ c_+^* b_+^* \\ 0 & |c_- d_-|^2 & c_- d_- c_-^* d_-^* \\ c_+^* b_+^* c_+ b_+ & c_-^* d_-^* c_- d_- & |c_+ b_+|^2 + |c_- d_-|^2 \end{pmatrix} \quad \text{混合状態} \quad (4-9)$$

と変化する。純粋状態(4-4式及び、4-8式)から、可干渉性の消失が不完全な混合状態(4-7式及び、4-9式)に変化することがわかる ($|D_+ \rangle$ と $|D_- \rangle$ の直交性及び、 $|\phi_+ \rangle$ と $|\phi_- \rangle$ の直交性を用いた。後者の直交性はフィルム上の位置変数 x としての干渉項 $\phi_+^*(x) \phi_-(x)$ が正負に対称的に振動しているために、積分結果が0になるためである)。

次に、検出器の反応を観察している観測者系 Φ を考える。観測者・検出器相互作用によって、電子・検出器・観測者合成系の状態ベクトルは、

$$|\Omega' \rangle = c_+ |\phi_+ \rangle \{ b_+ |D_+ D_- \rangle + b_- |D_+ D_+ \rangle \} |\Phi \rangle + c_- |\phi_- \rangle \{ d_+ |D_+ D_- \rangle + d_- |D_+ D_- \rangle \} |\Phi \rangle \quad (4-10)$$

↓

$$|\Omega'' \rangle = c_+ |\phi_+ \rangle \{ b_+ |D_+ D_- \rangle |\Phi_+ \rangle + b_- |D_+ D_+ \rangle |\Phi_+ \rangle \} + c_- |\phi_- \rangle \{ d_+ |D_+ D_- \rangle |\Phi_- \rangle + d_- |D_+ D_- \rangle |\Phi_- \rangle \} \quad (4-11)$$

$$= c_+ b_+ |\phi_+ \rangle |D_+ D_- \rangle |\Phi_+ \rangle + c_- d_+ |\phi_- \rangle |D_+ D_- \rangle |\Phi_- \rangle + \{ c_+ b_- |\phi_+ \rangle + c_- d_- |\phi_- \rangle \} |D_+ D_+ \rangle |\Phi_+ \rangle \quad (4-11')$$

と変化する。ここで $|\Phi_+ \rangle$ 、 $|\Phi_- \rangle$ はそれぞれ上、下の検出器が反応したことを認識した観測者の状態である。また、(4-11)を(4-11')のように書くと各系同士の相関がはっきりしてくる。つまり、第一、第二項はそれぞれ、上、下のスリットからの球面波 $|\phi_+ \rangle$ 、 $|\phi_- \rangle$ が検出器の状態ベクトル $|D_+ D_- \rangle$ 、 $|D_+ D_+ \rangle$ と結び付き、さらに、その検出器の状態を認識した観測者の状態ベクトル $|\Phi_+ \rangle$ 、 $|\Phi_- \rangle$ が結び付いたものとなっている。第三項は、電子系の $|\phi_+ \rangle$ 、 $|\phi_- \rangle$ の重ね合わせの状態が、上下どちらの検出器も反応しないという検出器の状態ベクトル $|D_+ D_- \rangle$ と結び付き、さらにこれにどちらの検出器も反応しなかったと認識した観測者系の状態ベクトル $|\Phi_+ \rangle$ が結び付いたものとなっている。

検出器・観測者相互作用後の電子・検出器合成系の密度行列 Ξ'' は、

$$\begin{aligned}\Xi'' = & |c+b'|^2 |\phi_+\rangle\langle\phi_+| \otimes |D_+D_-\rangle\langle D_+D_-| \\ & \text{(純粋部分集団)} \\ & + |c-d'|^2 |\phi_-\rangle\langle\phi_-| \otimes |D_+D_-\rangle\langle D_+D_-| \\ & \text{(純粋部分集団)} \\ & + A | (c+b\phi_++c-d\phi_-)/\sqrt{A}\rangle\langle (c+b\phi_++c-d\phi_-)/\sqrt{A}| \\ & \otimes |D_+D_-\rangle\langle D_+D_-| \\ & \text{(純粋部分集団)} \\ & \text{(4-12)}\end{aligned}$$

$$\text{但し、} A = |c+b|^2 + |c-d|^2$$

となる。 Ξ'' は検出器系と電子系が電子・検出器相互作用によって形成された状態相関を持っていることにより、検出器のそれぞれの状態に対して電子系の部分集団が以上のよう的一对一に結び付いた3つの純粋部分集団に分けられた。

次に、(4-12)から、電子系及び、検出器系の密度行列は、

$$\begin{aligned}\rho'' = & |c+b'|^2 |\phi_+\rangle\langle\phi_+| + |c-d'|^2 |\phi_-\rangle\langle\phi_-| \\ & \text{(純粋部分集団)} \quad \text{(純粋部分集団)} \\ & + A | (c+b\phi_++c-d\phi_-)/\sqrt{A}\rangle\langle (c+b\phi_++c-d\phi_-)/\sqrt{A}| \\ & \text{(純粋部分集団)} \\ & \text{(4-13)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma'' = & |c+b'|^2 |D_+D_-\rangle\langle D_+D_-| + |c-d'|^2 |D_+D_-\rangle\langle D_+D_-| \\ & \text{(純粋部分集団)} \quad \text{(純粋部分集団)} \\ & + A |D_+D_-\rangle\langle D_+D_-| \\ & \text{(純粋部分集団)} \\ & \text{(4-14)}\end{aligned}$$

と、それぞれ純粋部分集団の混合となっている。(4-13) と (4-14) のそれぞれの3項はお互いに対応していて(4-12)のような相関状態を作っていることが一目瞭然である。

また、(4-13)、(4-14) を (4-7)、(4-9) と比較すると、

$$\rho'' = \rho' \quad (4-15)$$

$$\sigma'' \neq \sigma' \quad (4-16)$$

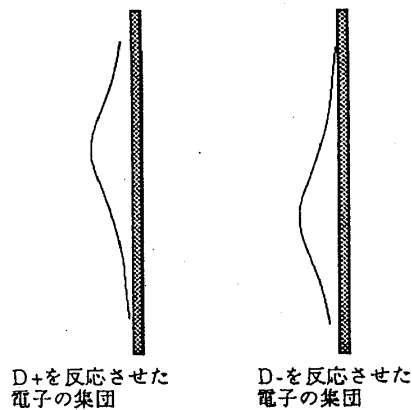
であることが分かる。(4-16)は観測者が検出器と直接に相互作用したために可干渉性

(4-9)の非対角成分)が消失した混合状態へと変化した、(4-15)は観測者が電子と直接に相互作用しなかったので ρ' は変化しなかったのである。

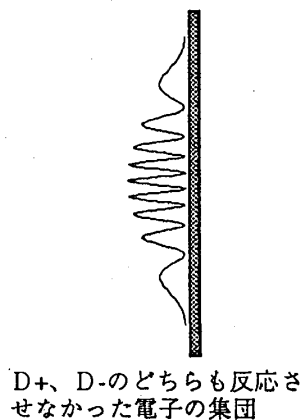
以上のことから、観測者系が検出器系と相互作用することにより、電子系を全検出器の反応によって、それに対応する3つの部分集団に分けられることが分かった。

次に、(4-13)の各純粋部分集団とその全集団がフィルム上にどのような像をつくるのかを調べてみる。

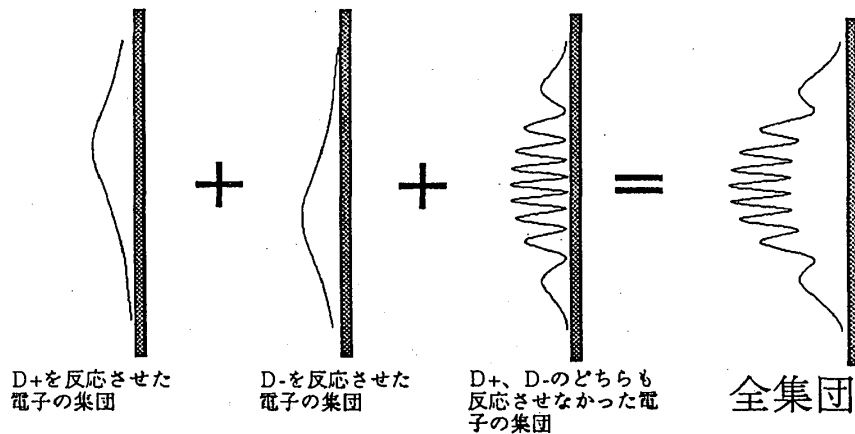
(4-13)式第一、第二項のそれぞれ b' 、 d' を含む部分集団は、それぞれ上下の検出器 D_+ 、 D_- を反応させた電子集団、つまり、それぞれ上下のスリットを通ったと確認された電子集団である。これらの電子集団のつくる像は干渉縞でなく、それぞれ上下のスリットによる回折像となる。



第三項の b と d を含む部分集団は、検出器 D_+ 、 D_- のどちらも反応させずにスリットを通過した電子集団、つまり、どちらのスリットを通過したのか原理的に知り得ることの出来ない電子集団である。この電子集団は $|\phi_+\rangle$ 、 $|\phi_-\rangle$ の間の位相相関の消失が不完全であるために $|\phi_+\rangle$ と $|\phi_-\rangle$ がお互いに干渉し合うので像は干渉縞となる。



以上のように、不完全な検出器によるこの実験では、多数の電子をおくっていた間、検出器の反応に常に注意を払っていれば、上が反応した、下が反応した、どちらとも反応しなかったという検出器に起こる3つの事象に対して全集団を実験的に分離することができる。そして量子力学はそれぞれの電子集団を予測することができるのである。また、検出器の反応に注意を払わずに全ての個々の測定結果をあわせた全集団はそれぞれ3つの部分集団に重みを掛けた足し合わせであり、下図のように不完全な（崩れた）干渉縞となっていることがわかる。（このことは、(4-13)式が第一、第二項の干渉性のない純粋部分集団と第三項の干渉性のある純粋部分集団の和になっていることから分かる）また、その重みとは、例えばこの実験で総数 N 個の電子がスリットを通過したとすると、 D_+ を反応させて回折像をつくる電子はこのうちの $|c+b|^2 N$ 個、 D_- を反応させて回折像をつくる電子は $|c-d|^2 N$ 個、 D_+ と D_- のどちらも反応させない為に、どちらのスリットを通ったのか区別がつかなく干渉縞をつくる電子は $(|c+b|^2 + |c-d|^2) N$ 個であることを意味している。



但し、ここで検出器の反応に注意を払うと言ったのは、人間が認識する、しないといったことではなく、検出器の反応によって全集団を部分集団に分離するということであって、人間が認識することによって個々の測定結果を合わせた集団の様子が変化することはないということは第三章でも述べた通りである。自然は私たちの認識に関係なく自分流に勝手にやっているのである。

(3) 経路不完全観測の具体的計算

この思考実験で、それぞれの不完全検出器の検出率 ($|b'|^2$ 、 $|d'|^2$) を変化させた場合、部分集団、及び、全集団のつくる像がどのように変化するかを具体的な計算によって見てみる。

ここで、話を簡単にするためにスリットを通過しつつ、検出器との相互作用前の電子の波束を、

$$|\phi\rangle = (|\phi_+\rangle + |\phi_-\rangle) / \sqrt{2} \quad (4-17)$$

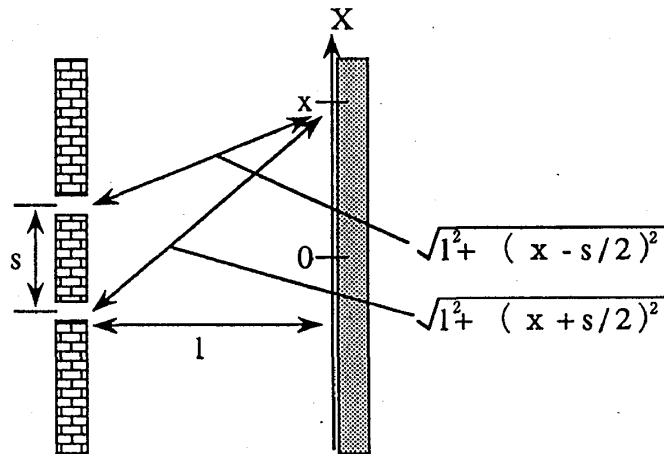
とする。つまり、 $c_+ = c_- = 1/\sqrt{2}$ とする。

また、 $|\phi_+\rangle$ 、 $|\phi_-\rangle$ はそれぞれ、上下のスリットを中心にして広がる球面波であるとする。

$$\langle x | \phi_+ \rangle \propto \frac{\exp(ik \sqrt{l^2 + (x-s/2)^2})}{\sqrt{l^2 + (x-s/2)^2}} \quad (4-18)$$

$$\langle x | \phi_- \rangle \propto \frac{\exp(ik \sqrt{l^2 + (x+s/2)^2})}{\sqrt{l^2 + (x+s/2)^2}} \quad (4-19)$$

ここで、 l はスリット・フィルム間の距離、 s はスリット間隔、 x はフィルム上の位置を表している。

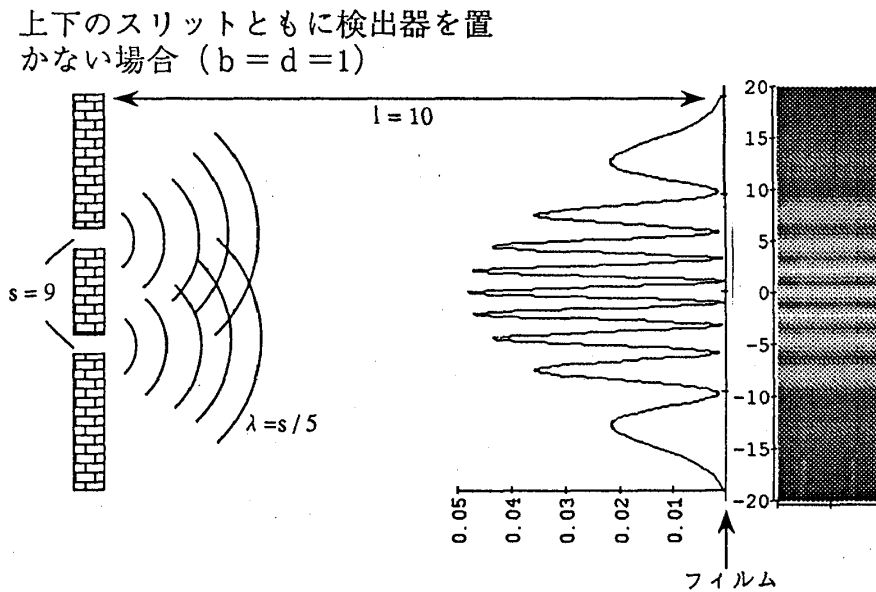


フィルム上での統計的確率は、電子系の密度行列 ρ (4-13) 式によって、

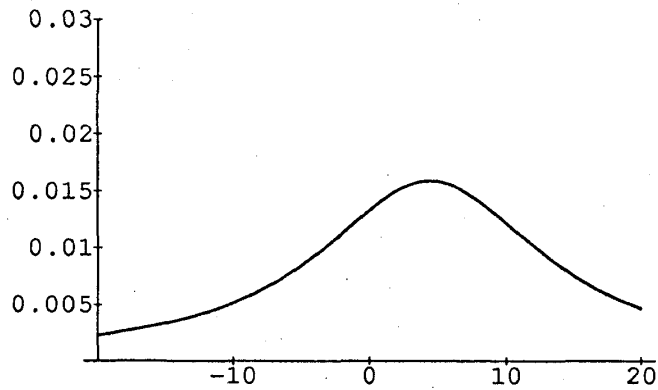
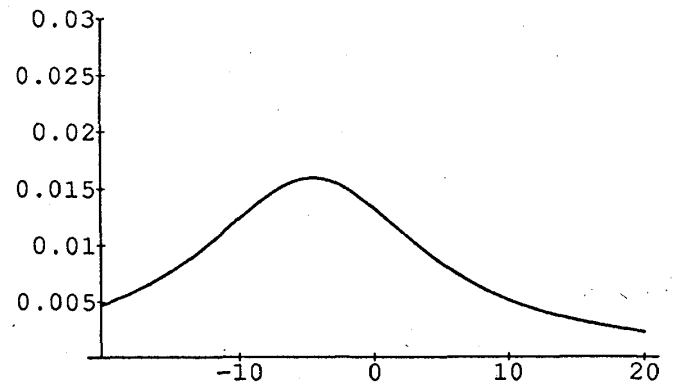
$$\begin{aligned} \langle x | \rho | x \rangle = & |c_+ b'|^2 |\langle x | \phi_+ \rangle|^2 \quad \leftarrow D_+ \text{が反応した (第一項)} \\ & + |c_- d'|^2 |\langle x | \phi_- \rangle|^2 \quad \leftarrow D_- \text{が反応した (第二項)} \\ & + |c_+ b|^2 |\langle x | \phi_+ \rangle|^2 \quad \leftarrow \text{どちらも} \\ & + |c_- d|^2 |\langle x | \phi_- \rangle|^2 \quad \text{反応せず (第三、四、五項)} \\ & + 2 \operatorname{Re} (c_+ b c_-^* d^* \langle x | \phi_+ \rangle \langle \phi_- | x \rangle) \quad (4-20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\propto \frac{|b'|^2}{2(1^2+(x-s/2)^2)} \quad \leftarrow D_+ \text{が反応した (第一項)} \\
 &+ \frac{|d'|^2}{2(1^2+(x+s/2)^2)} \quad \leftarrow D_- \text{が反応した (第二項)} \\
 &+ \frac{|b|^2}{2(1^2+(x-s/2)^2)} \quad \leftarrow \text{どちらも反応せず (第三、四、五項)} \\
 &+ \frac{|d|^2}{2(1^2+(x+s/2)^2)} \\
 &+ \frac{bd}{\sqrt{(1^2+(x-s/2)^2)(1^2+(x+s/2)^2)}} \cos k[\sqrt{1^2+(x-s/2)^2} - \sqrt{1^2+(x+s/2)^2}] \\
 &\hspace{15em} (4-20')
 \end{aligned}$$

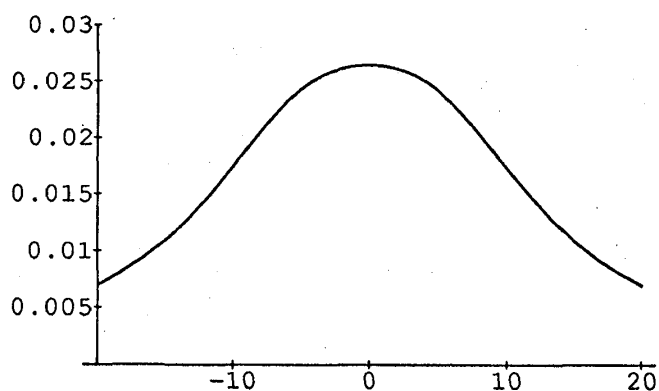
と、書ける。ここで例えば上下のスリットに検出器を置かない場合の電子の統計的確率 $\langle x | \rho' | x \rangle$ のグラフを見てみる。(4-20')式の第一、二項は $b' = d' = 0$ であるから消えることになり、第三項以下が残り下図のように完全な干渉縞を見ることができる。



以下では、上下の検出器の検出率 ($|b'|^2$ 、 $|d'|^2$) をいろいろに変化させた場合、検出器の反応によって分離できる部分集団と全集団による像がどのように変化して行くのかを調べてみる。(s、l、λ の相対的量は上図と同じ)

D_+ の検出率 $|b'|^2 = 1$
 D_- の検出率 $|d'|^2 = 1$
純粋度 $b d = 0$ ① D_+ が反応 (50個)② D_- が反応 (50個)

③ 全集団 (100個)

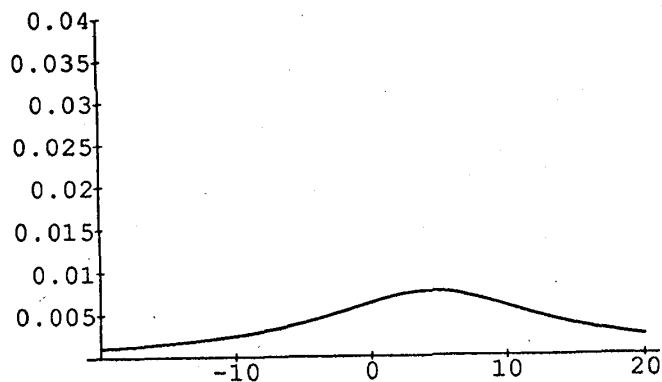


①は D_+ を反応させた電子の集団による、つまり上のスリットを通過したと確認できた電子の集団による像である。この像には干渉縞はなく、スリットによる回折像だけが見られている。②は①と同様に、 D_- を反応させた電子の集団による像で、この場合もスリットによる回折像だけが見られている。③は検出器の反応による区別をすることなく、全ての測定結果を合わせた全集団による像である。()の中の数字は、スリットを通過した電子の総数を100個とした場合のそれぞれの事象を引き起こす電子の個数(相対頻度)をあらわしている。 $b d$ の値の意味は後で説明する。

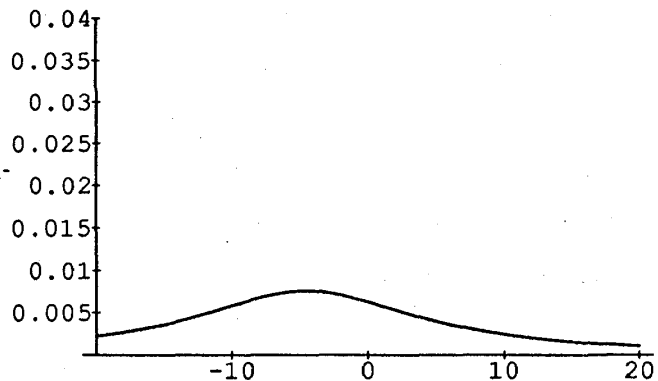
D₊の検出率 $|b'|^2 = 0.5$

D₋の検出率 $|d'|^2 = 0.5$ 純粋度 $b d = 0.5$

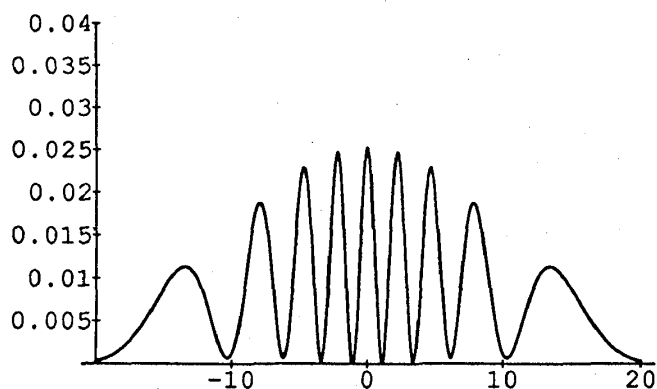
① D₊が反応 (25個)



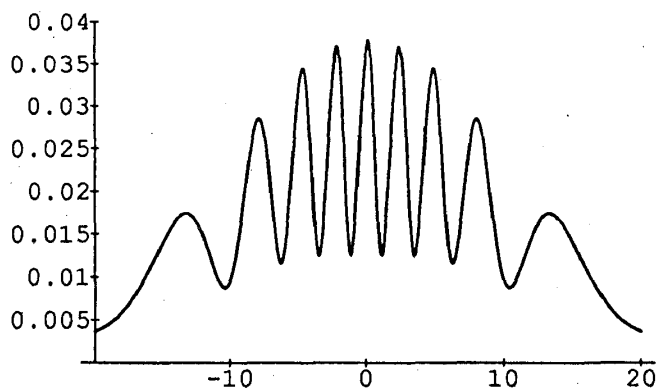
② D₋が反応 (25個)



③ どちらも反応せず (50個)



④ 全集団 (100個)

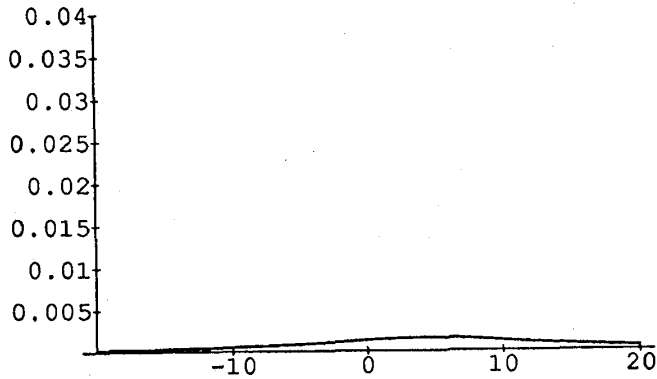


①は前ページと同様に上のスリットを通過したと確認された電子の集団による回折像で、②は下のスリットを通過したと確認された電子の集団による回折像であり、この像のピークは、前ページの完全検出器を反応させた電子の集団の像（前ページ①）のピークを1とすると、 $|b'|^2 = 0.5$ となっている。③はD₊、D₋のどちらも反応させないでスリットを通過した、つまり、どちらのスリットを通過したのかわからない電子の集団による像であり、干渉縞となる。④は①②③を合わせたものであり、崩れた干渉縞になっている。

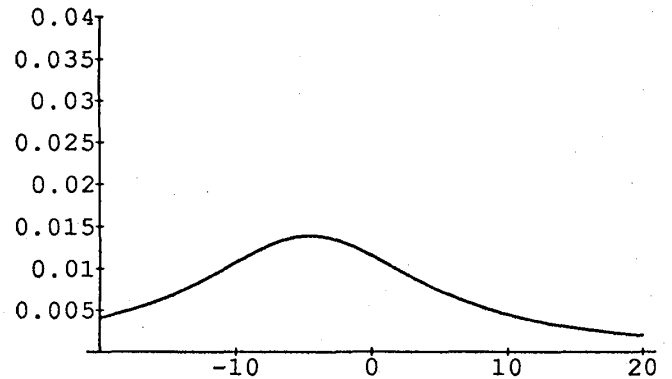
D₊の検出率 $|b'|^2 = 0.1$

D₋の検出率 $|d'|^2 = 0.9$ 純粋度 $b d = 0.3$

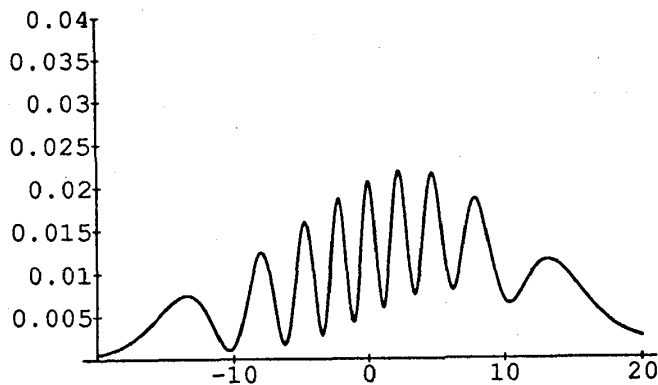
① D₊が反応 (5 個)



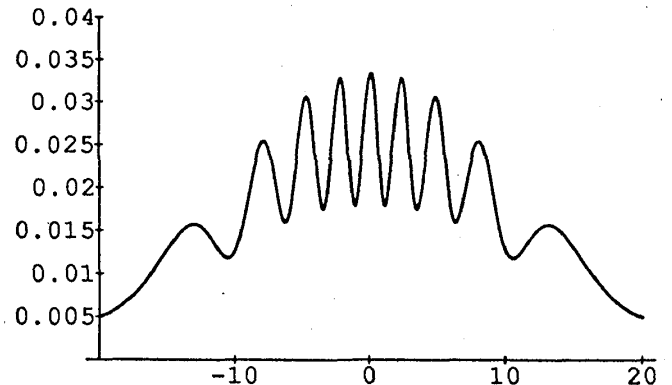
② D₋が反応 (45 個)



③ どちらも反応せず (50 個)



④ 全集団 (100 個)

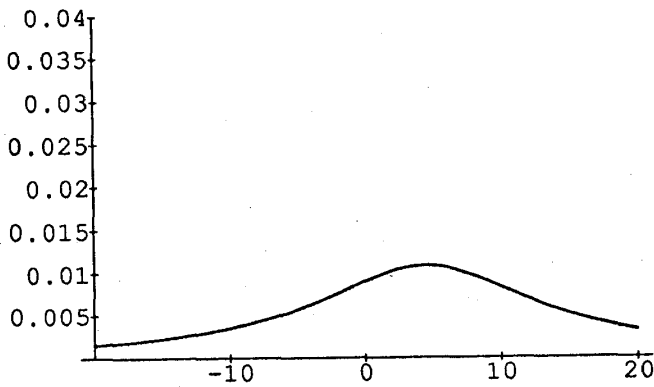


①は、上のスリットを通ったと確認された電子の集団による回折像、②は下のスリットを通ったと確認された電子の集団による回折像、③は検出器が反応しないのでどちらのスリットを通ったのか確認できなかった電子の集団による干渉縞である。④は①②③を合わせた全集団による崩れた干渉縞である。ここで注目すべきことは、④の全集団による崩れた干渉縞が上下対称（グラフでは左右対称）になっていることである、前ページでも全集団の像は上下対称になっているがD₊、D₋の検出率が $|b'|^2 = |d'|^2 = 0.5$ と同じであるので理解出来るが、今回の検出器の検出率は $|b'|^2 = 0.1$ 、 $|d'|^2 = 0.9$ と異なるにも拘らず上下対称になっているのである。以下でも分かるように全集団による像は必ず上下対称になっている。

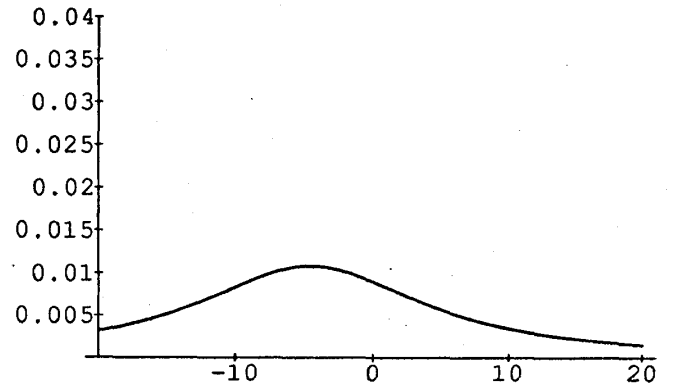
D₊の検出率 $|b'|^2 = 0.7$

D₋の検出率 $|d'|^2 = 0.7$ 純粋度 $b d = 0.3$

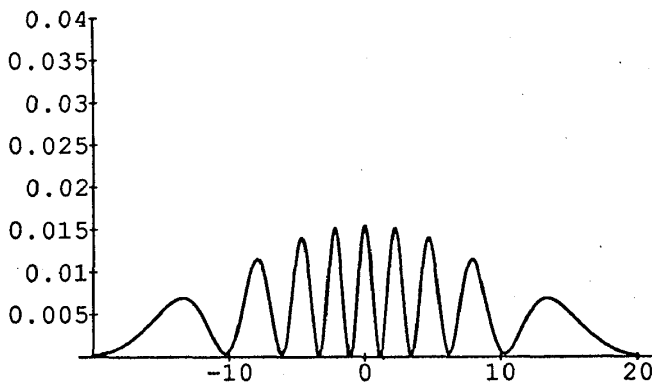
① D₊が反応 (35個)



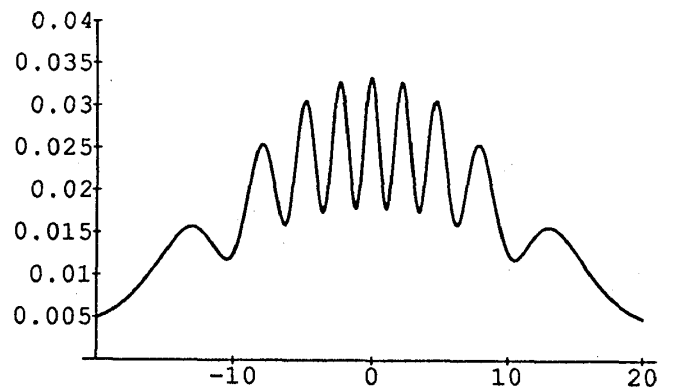
② D₋が反応 (35個)



③ どちらも反応せず (30個)



④ 全集団 (100個)



①は上のスリットを通過したと確認された電子の集団による回折像、②は下のスリットを通過したと確認された電子の集団による回折像、③はどちらのスリットを通過したのか区別の付かない電子の集団による干渉縞、④は全集団による崩れた干渉縞である。ここで注目すべきことは、④の全集団による崩れた干渉縞の形が前ページの $|b'|^2 = 0.1$ 、 $|d'|^2 = 0.9$ のものと同型をしていることである。このことは(4-20)式および(4-20')式を見れば分かるように、全集団による崩れた干渉縞の形は第五項の $b d$ の値によって決まるのである。 $b d$ のとりうる値は $0 \leq b d \leq 1$ であり $b d$ が0に近いほど全集団の干渉縞は崩れている。すなわち $b d$ は全集団の純粋度をあらわしている ($b d$: degree of coherence)。前ページと本ページの上下それぞれの検出器の不検出率の積の平方根 $b d$ は何れも0.3で同じである。

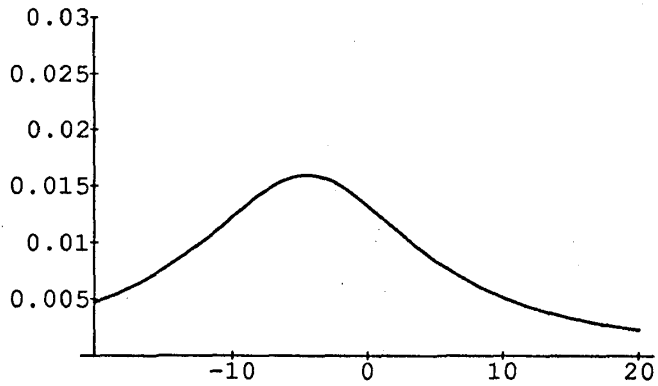
$$\begin{aligned} b d &= \sqrt{(D_+ \text{の不検出率})} \cdot \sqrt{(D_- \text{の不検出率})} \\ &= \sqrt{1 - (D_+ \text{の検出率})} \cdot \sqrt{1 - (D_- \text{の検出率})} \end{aligned}$$

D_+ は置かない $|b'|^2 = 0$

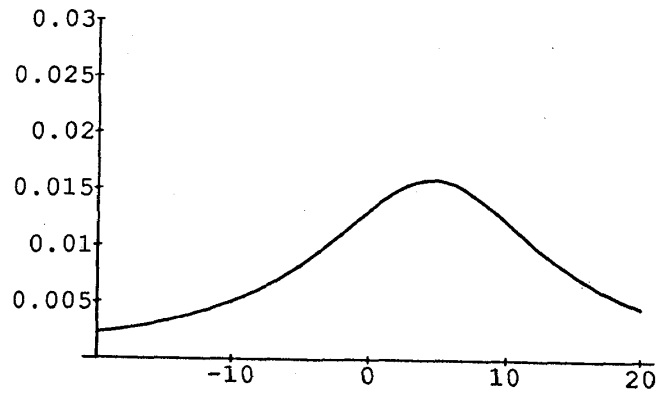
D_- の検出率 $|d'|^2 = 1$

純粋度 $b d = 0$

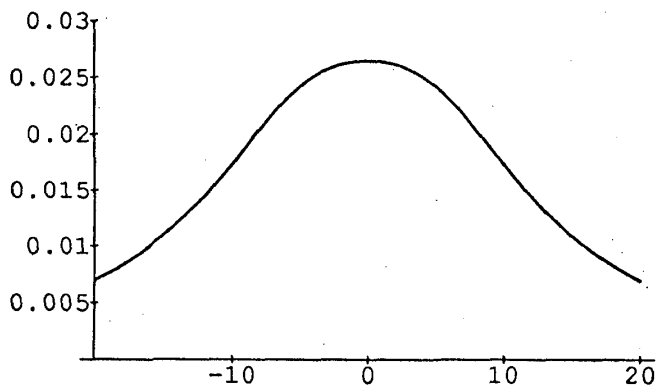
① D_- が反応 (50個)



② D_- 反応せず (50個)



③ 全集団 (100個)

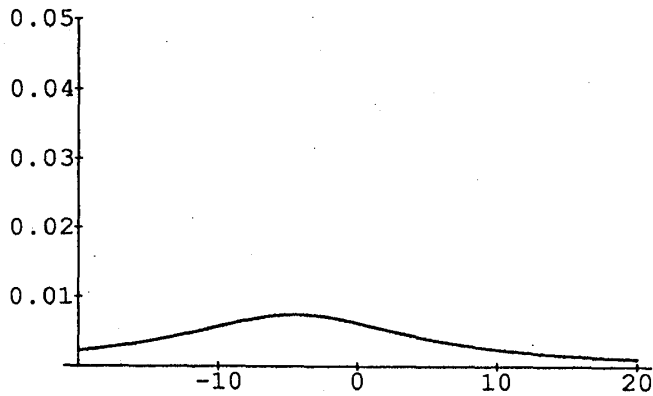


これは、negative result measurement の完全測定である。①は下のスリットを通ったと確認された電子の集団による回折像である。②は D_- を反応させなかった電子の集団で、 D_- の検出率は1なので上のスリットを通ったと確認された電子の集団による回折像になっている。③は全集団による像である。このように、negative result measurement の完全測定は上下のスリットに完全検出器を置いたものと同じ結果が得られる。

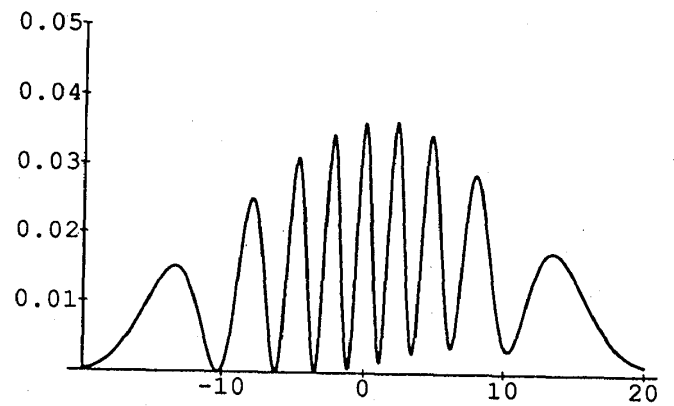
D_+ は置かない $|b'|^2 = 0$

D_- の検出率 $|d'|^2 = 0.5$ 純粋度 $b d = 0.71$

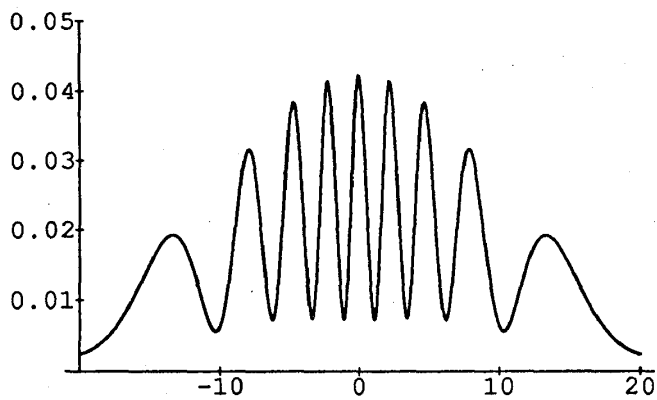
① D_- が反応 (25個)



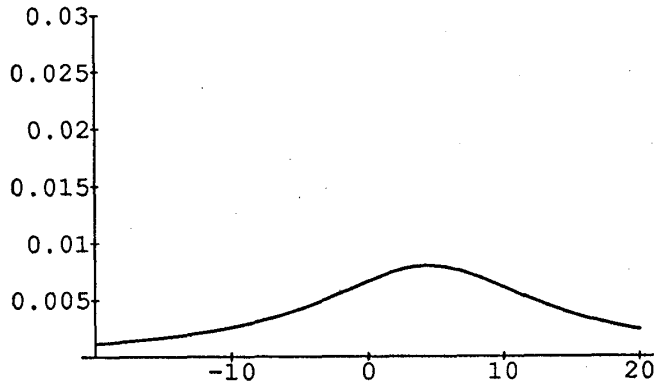
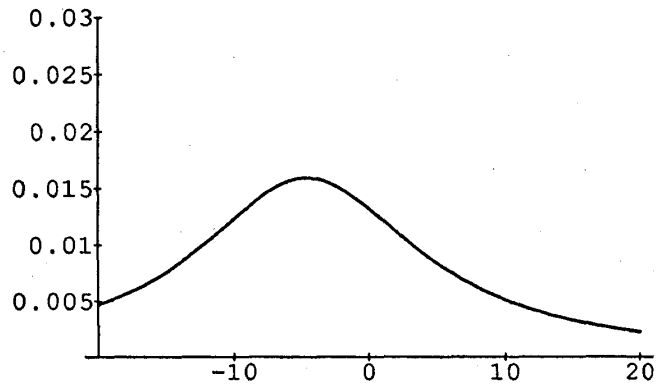
② D_- 反応せず (75個)



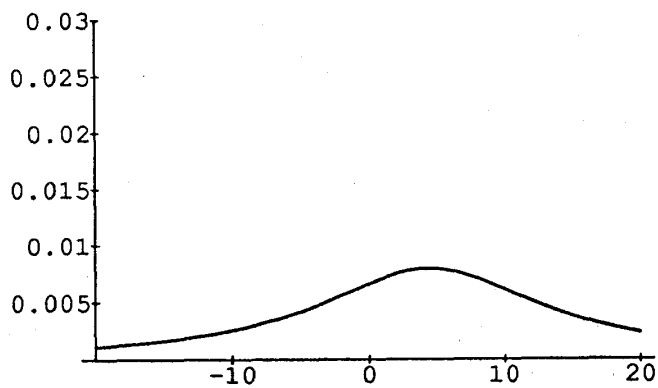
③ 全集団 (100個)



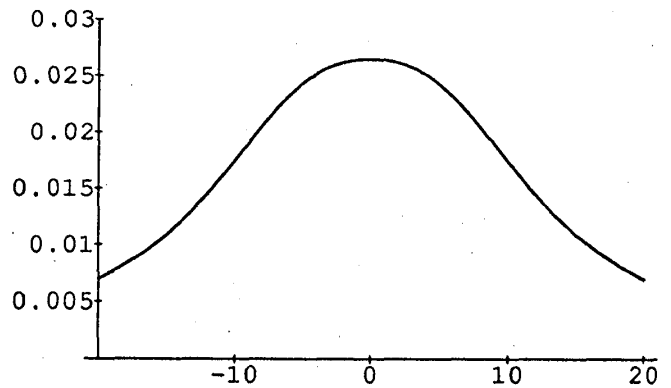
これは、negative result measurement の不完全測定である。①は下のスリットを通ったと確認された電子の集団による回折像である。②はどちらのスリットを通ったのか区別の付かない電子の集団による干渉縞である。③は全集団による崩れた干渉縞である。これも上下対称になっている。

D₊の検出率 $|b'|^2 = 0.5$ D₋の検出率 $|d'|^2 = 1$ 純粋度 $b d = 0$ ① D₊が反応 (25個)② D₋が反応 (50個)

③ どちらも反応せず (25個)

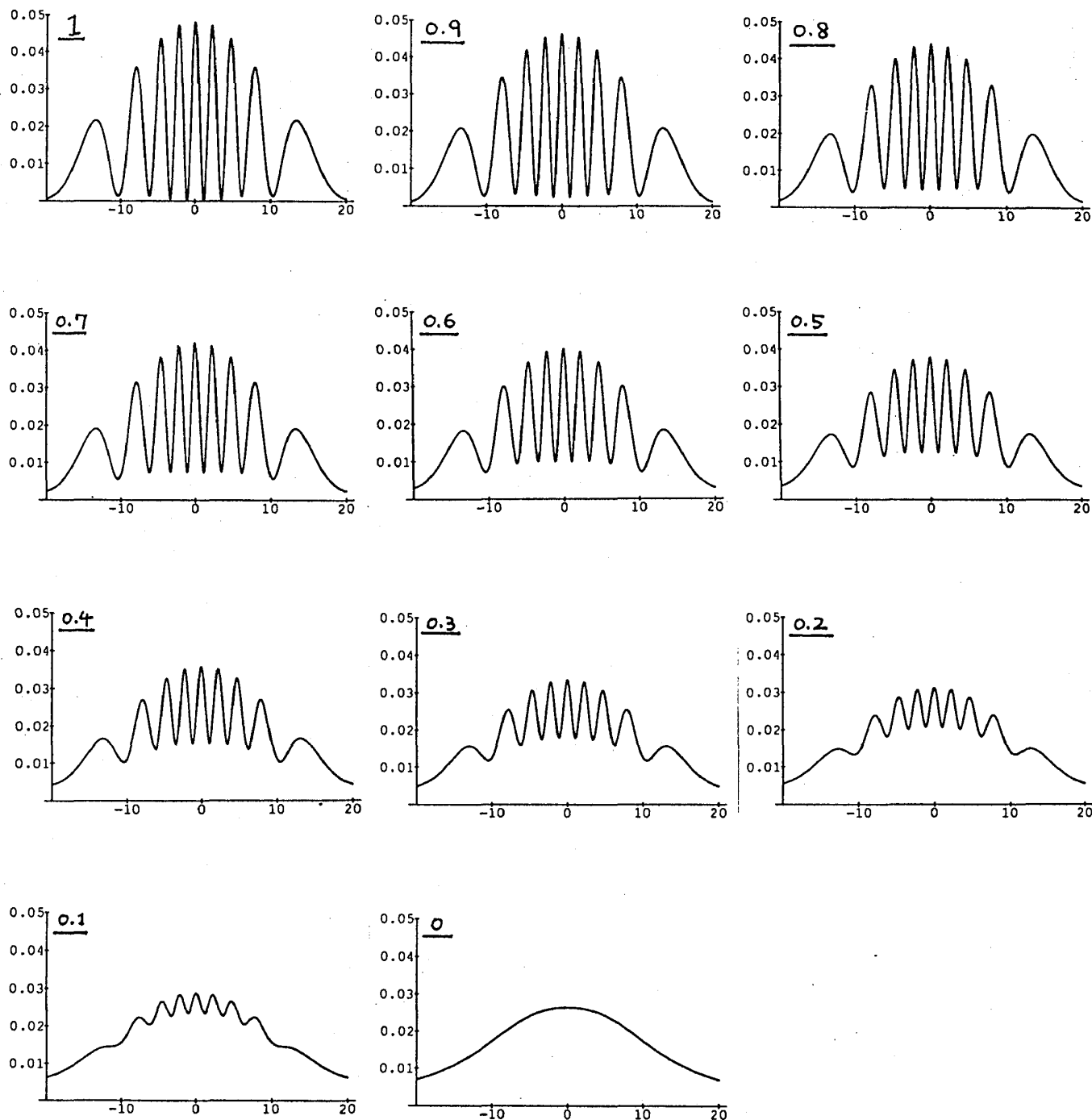


④ 全集団 (100個)



これは、下のスリットに検出率1の検出器を置き、上のスリットには不完全検出器を置いている。検出器が2つあるために全集団は検出器の反応によって3つの集団に分離されている。①は上のスリットを通ったと確認された電子の集団であり、②は下のスリットを通ったと確認された電子の集団である。③はどちらの検出器も反応させなかった電子の集団であるが、D₋は完全検出器なので、この場合、上のスリットを通ったと確認された電子の集団であることが分かる。このように、どちらかのスリットに完全検出器（検出率1）があれば、もう一方のスリットの検出器の検出率がどうであろうが、全集団のつくる像には④のように干渉縞は全く現れない。このことは、degree of coherence $b d$ が0であることから分かる。

純粋度 $b d$ を 1 から 0 に変化させた場合の全集団の様子



$b d$ を 0 に近づけると（粒子像を見れば見るほど）、干渉縞はだんだんと消えていく（波動像がなくなって行く）。

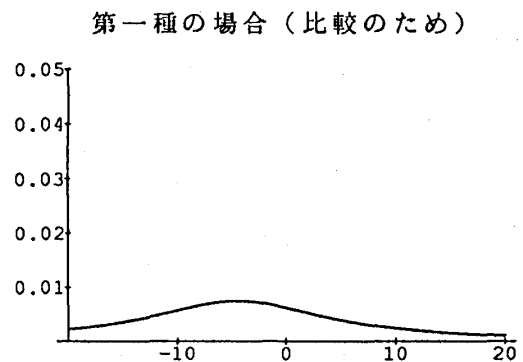
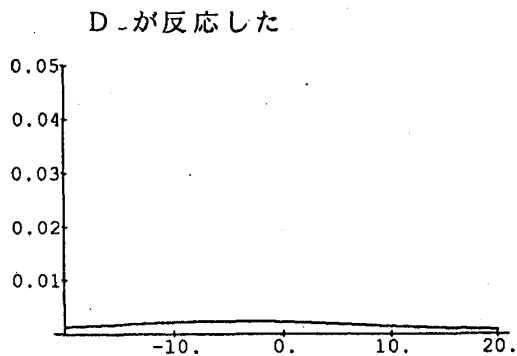
粒子像と波動像の相補性

$$\begin{aligned}
 b d &= \sqrt{(D_+ \text{の検出率}) \cdot (D_- \text{の検出率})} \\
 &= \sqrt{1 - (D_+ \text{の不検出率})} \cdot \sqrt{1 - (D_- \text{の不検出率})}
 \end{aligned}$$

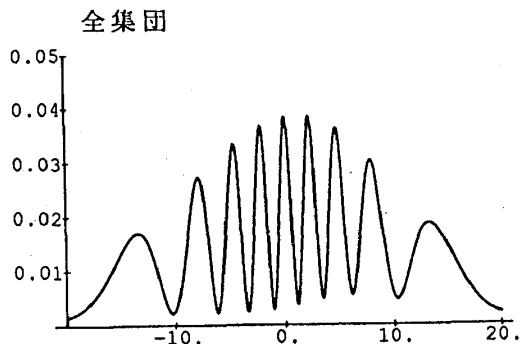
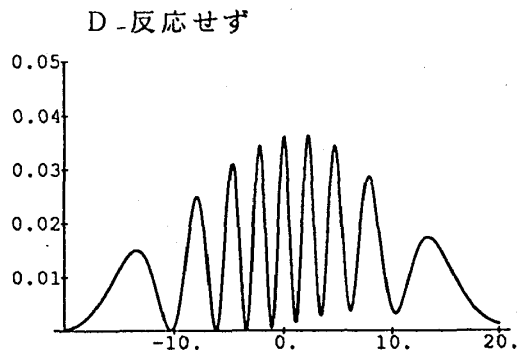
(4) 第一種測定と第二種測定

二重スリットにおける経路不完全観測の思考実験では、上下のスリットにおいた検出器の検出率が上下異なっても、全集団のつくる干渉縞は上下対称になっていた。これは、スリットを通過した電子の波束が $(|u_+\rangle + |u_-\rangle) / \sqrt{2}$ と、 $|u_+\rangle$ 、 $|u_-\rangle$ をそれぞれ同じ重みで重ね合わせたことによっている。また、全集団の像が上下対称になるためには測定が第一種測定の場合に限るのであって、第二種測定の場合には上下の検出器の検出率が異なる場合での全集団の像は上下非対称となる。

例えば、negative result measurement で下のスリットに第二種測定を行う、検出率 $|d^-|^2 = 0.5$ の検出器を置いた場合



（第二種測定のために第一種測定
の回折像よりひろがっている。）



←上下非対称になっている

このように、測定が第一種か第二種なのは、観測理論において本質的な問題とはならないことが分かる。第二種測定の場合は測定後の個々の電子に影響を与えるために、集団による縞の様子が第一種測定の場合と比べて多少変化（上下非対称に変化）するだけである。第一種測定は測定後の個々の電子に与える影響はないにしても、電子の集団に対しての影響は、電子の密度行列を純粋から混合にするという点で、かならずあるのである。量子力学の観測理論においては集団の分離という点が重要なのである。

(5) まとめ

以上のことから、量子力学の統計的解釈、つまり量子力学は集団を記述する統計理論であることがますます浮き彫りにされてきたことと思う。二重スリットにおける経路不完全観測では、検出器の反応によって実験的に集団を分離することが可能であり、量子力学はそれぞれの集団を正確に予測するものであった。また、粒子像と波動像がお互いに両立し得ないというニールスボーアの相補性についても、今回の思考実験はそれを具体的定量的に示したものになっている。二重スリットに送り込んだ個々の電子がどちらのスリットを通過したのかを知れば知るほど、つまり、電子の粒子像を求めれば求めるほど (b d を 0 に近づけるほど) 全集団による干渉縞、つまり、電子の波動像はあらわれなくなっていくのである。不確定性原理、相補性も集団に対して成り立つものである。さらにこれらの解釈を支持するこの思考実験は現実の実験で検証可能であることも強調したい。

参考文献

- 1) A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen: *Phy. Rev.* 48 (1935) 777-780
- 2) マックス・ヤンマー: 量子力学の哲学 下 (紀伊國屋書店 1984)
- 3) フランコ・セレリ: 量子力学論争 (共立出版 1986)
- 4) J. J. 桜井: 現代の量子力学 上 (吉岡書店 1989)
- 5) J. S. Bell: *Physics* 1 (1965) 195.
- 6) A. Aspect, P. Grangier and G. Roger: *Phys. Rev. Letter* 47 (1981) 460
- 7) A. Aspect, P. Grangier and G. Roger: *Phys. Rev. Letter* 49 (1982) 1804
- 8) Y. Toyozawa: *J. Phys. Soc. Jpn.* 55 (1986) 2572-2580
- 9) アインシュタイン、インフェルト: 物理学はいかに創られたか 下 (岩波書店 1940)
- 10) プロフィンツェフ: 量子力学 2 (東京図書 1970)
- 11) Y. Toyozawa: *J. Phys. Soc. Jpn.* 58 (1989) 346-347
- 12) A. Daneri, A. Loinger and G. M. Prosperi: *Nuclear Phys.* 33 (1962) 297-319
- 13) 並木美喜雄: 物理学最前線 27 (共立出版 1985)
- 14) H. Margenau: *Phil. Scie.* 30 (1963)
- 15) Y. Toyozawa: *Prog. Theor. Phys.* 87 (1992) 293
- 16) 町田茂: 最新科学論シリーズ 14 最新量子論 (学研 1991) 84-105

あとがき

ここまで古典的自然像に慣れてしまった私たちにとって、実在の要素はやはり個別系にあるのではないのかという思いをぬぐい去ることは容易ではないが、私たちの住む宇宙は一つしかないし、その宇宙によってそれは諦めるしかないと教えられているのでそれに従うしかないであろう。

二重スリットの実験で将来、第二種測定でもなく第一種測定でもない第0種測定—測定後の個々の電子にも集団にも全く影響を与えない測定—がおこなわれ、電子の経路を知りながら干渉縞を得ることが出来たなら、その時には実在の要素に当てはめるものが代わるだろうが、それは同時に今までの量子の実験事実を説明していた量子力学すべてを否定してしまうことにつながるので、多分そのような量子力学からはずれる実験事実は起こらないであろう。量子力学は将来にわたって正しいと思われる。

「本当は、どちらかのスリットを通ったんじゃないの？」というすっきりしない気持ちの原因は、人間は生まれた時からマクロスケールの大きさであり、日常生活において古典的自然像を目の当たりにして暮らしていたためであろうと思う。人間が1 Åの原子レベルの存在だったら逆に、古典力学的自然像に同様の奇妙さを持っていたであろう。

謝 辞

本研究を進めるに当たって、適切な指導をして頂きました豊沢豊教授に心からお礼を申し上げます。また、この問題提起と有意義な議論をして頂きました名古屋大学の鈴木修吾先輩に感謝します。